

# La recherche dans un laboratoire de mathématiques : Comment trier efficacement ?

Bérénice Delcroix-Oger

IMAG-Université de Montpellier



Semaine des sciences du lycée Feuillade, Lunel, Jeudi 13 février 2025

# Sommaire

- 1 Qui fait de la recherche ?
- 2 Quel est mon projet de recherche ?
- 3 Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?

# Wooclap

- 1 Sur [wooclap.com/](https://wooclap.com/)
- 2 Code : **PLHTBE**



- 3 Puis attendez le questionnaire (le questionnaire "Retour sur l'exposé" sera à remplir à la fin)



# 1- Qui fait de la recherche ?

D'après vous, quelle photo n'est pas celle d'un chercheur ou d'une chercheuse en mathématiques/informatique ?



# 1- Qui fait de la recherche ?

D'après vous, quelle photo n'est pas celle d'un chercheur ou d'une chercheuse en mathématiques/informatique ?



Réponse :



Photo réalisée par Midjourney

## Mon parcours

- 2006 : En terminale : "Tu as l'air d'aimer les maths, tu ne voudrais pas faire de la recherche?"
- 2006-2008 : Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE) à Nantes (MPSI / MP)
- 2008-2012 : École Normale Supérieure de Lyon (Licence / Master / Agrégation en Mathématiques) (**études rémunérées**)
- 2011-2014 : Thèse/Doctorat (initiation à la recherche pendant 3 ans avec un manuscrit et une soutenance) à Lyon de Mathématiques
- 2015-2017 : Post-doc (poste temporaire de chercheur) à Toulouse
- 2017-2022 : Maître de conférences à Paris en Informatique
- Depuis 2022 : Maître de conférences à Montpellier en Mathématiques



## Mon parcours

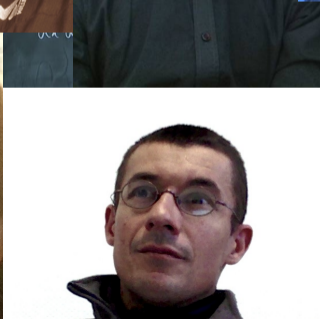
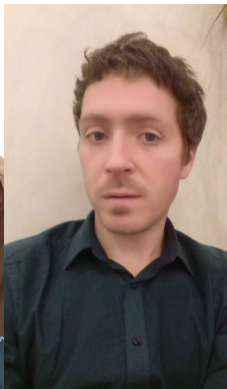
- 2006 : En terminale : "Tu as l'air d'aimer les maths, tu ne voudrais pas faire de la recherche?"
- 2006-2008 : Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE) à Nantes (MPSI / MP)
- 2008-2012 : École Normale Supérieure de Lyon (Licence / Master / Agrégation en Mathématiques) (**études rémunérées**)
- 2011-2014 : Thèse/Doctorat (initiation à la recherche pendant 3 ans avec un manuscrit et une soutenance) à Lyon de Mathématiques
- 2015-2017 : Post-doc (poste temporaire de chercheur) à Toulouse
- 2017-2022 : Maître de conférences à Paris en Informatique
- Depuis 2022 : Maître de conférences à Montpellier en Mathématiques



### Un aspect de la recherche

La mobilité! → Mais n'empêche pas la vie familiale!

# Mes collaborateurs



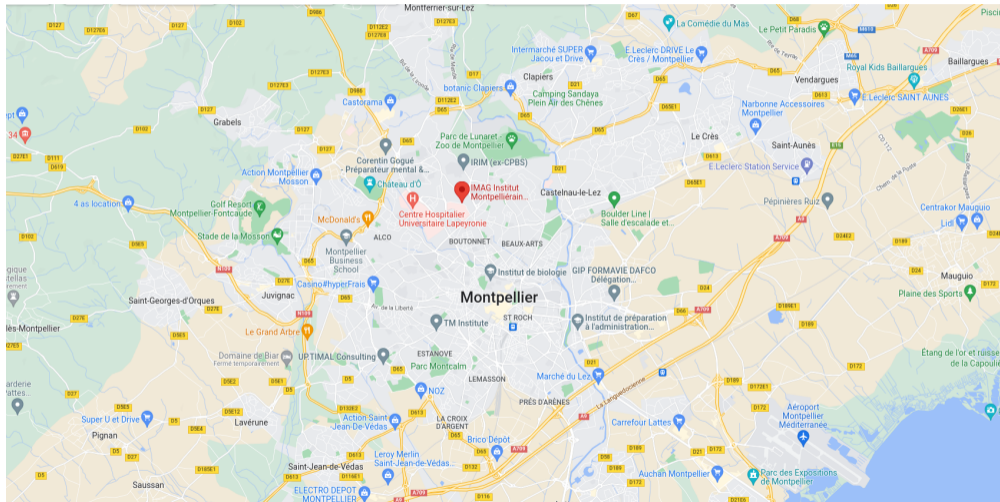


## Que fait-on au laboratoire ?

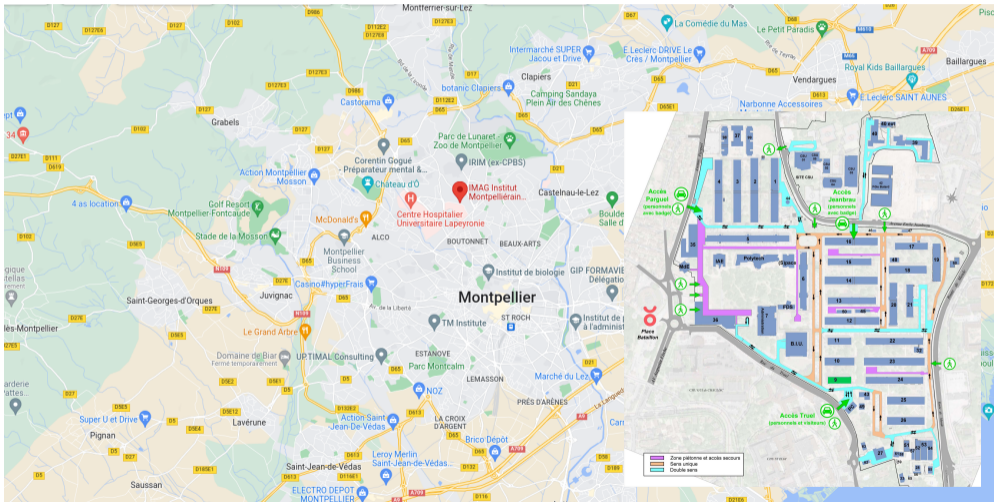
Le laboratoire est un lieu de rencontre et d'échange où on assiste à des séminaires et où on travaille seul ou entre collaborateurs.



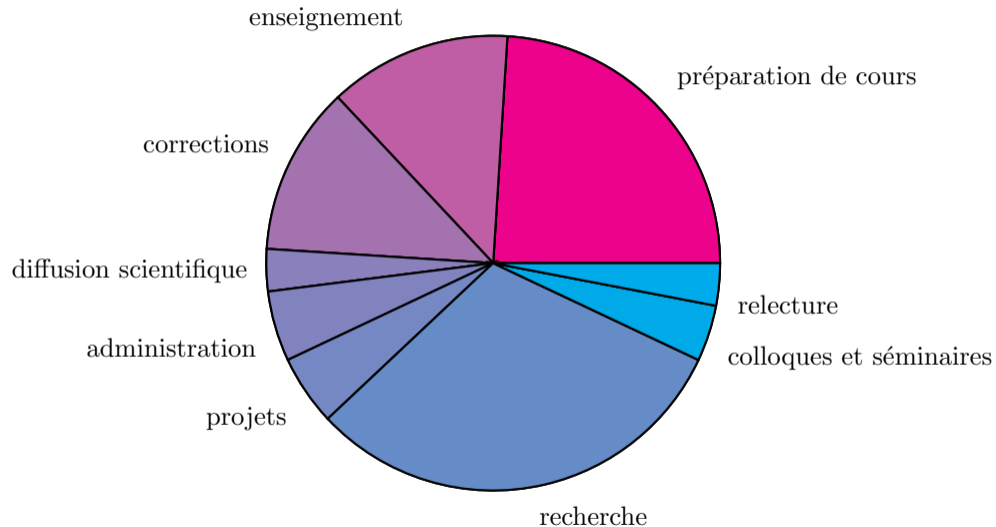
# Où travaille-t-on ?



# Où travaille-t-on ?



# Mon quotidien



## Portrait de Mireille Bousquet-Mélou (Directrice de recherche CNRS à Bordeaux)

- 1986 : ENS Ulm - Agrégation de Mathématiques
- 1991 : Thèse en informatique
- 1990 : Chargée de recherche CNRS (LaBRI, Université de Bordeaux)
- 1993 : Médaille de bronze du CNRS
- 1993 : Prix IBM des jeunes chercheurs en Informatique
- 2002 : Directrice de recherche CNRS (LaBRI, Université de Bordeaux)
- 2009 : Prix de l'Académie des Sciences "Charles-Louis de Saulces de Freycinet "
- 2014 : Médaille d'argent du CNRS
- 2019 : Membre élue de l'Académie des Sciences dans la section Mathématiques



## 2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

## 2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

### Exemples :

quelle représentation pour un planning (par salle/par professeur/par classe) ? pour les ancêtres d'un individu ? pour les relations d'amitié d'un réseau social ?

## 2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

### Exemples :

quelle représentation pour un planning (par salle/par professeur/par classe) ? pour les ancêtres d'un individu ? pour les relations d'amitié d'un réseau social ?

A vous de répondre : savez-vous ce que veut dire le terme "discret" ?



Votez sur [wooclap.com](https://www.wooclap.com)



## 2- Quel est mon projet de recherche ?

### Définition

*Un objet **discret** est un objet formé d'éléments isolés les uns des autres, par opposition à un objet continu.*

## 2- Quel est mon projet de recherche ?

### Définition

*Un objet **discret** est un objet formé d'éléments isolés les uns des autres, par opposition à un objet continu.*

### Exemples :

Les entiers, les graphes, les arbres, les cailloux, les voitures, ...

### Contre-exemple

Le temps, l'eau, ...

Pensez à la différence entre "How many" et "How much" !

# Un exemple : trier un tableau/ Ranger des livres

## Problème

Comment ranger ces livres par ordre alphabétique de titres le plus efficacement possible avec une seule main ?



# Un exemple : trier un tableau/ Ranger des livres

## Problème

Comment ranger ces livres par ordre alphabétique de titres le plus efficacement possible avec une seule main ?



- Combien de comparaisons a-t-on fait ?
- Comment pourrait procéder un bibliothécaire manchot ?

# Pourquoi chercher des tris pratiques ?



## Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

### Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

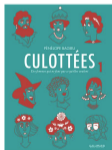
- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

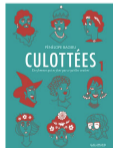


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche





# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

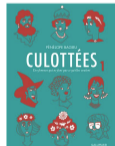


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

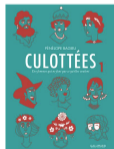


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

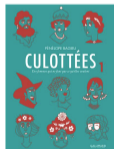


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

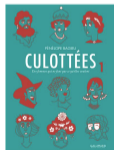


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite,  
le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

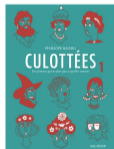


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

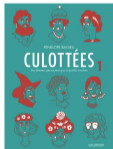


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



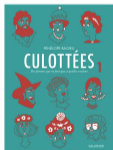


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

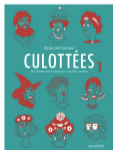


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

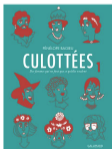


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

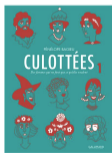


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

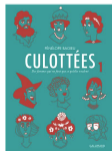


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite,  
le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche





# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche

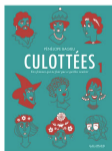


# Le tri du bibliothécaire manchot : le tri à bulles

## Algorithme

En parcourant le rayonnage de gauche à droite, le bibliothécaire

- Compare deux livres
- Les échange si le plus grand est à gauche



→ Liste triée !

## Questions de recherche

### Question traitée dans la prochaine partie

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner/trier n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

### But :

Étudier ces objets pour mieux les comprendre

- les compter
- comprendre leurs propriétés
- comprendre comment les engendrer

### Applications en vue

Adapter les structures de données et les langages de programmation aux défis de demain (programmation probabiliste, concurrence)

### 3- Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?

A vous de répondre : quels outils utilise-t-on ?



Des livres

Un tableau



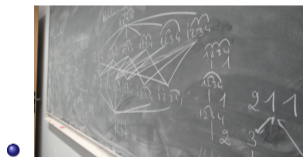
©freepik  
Un ordinateur

©freepik  
Une calculatrice

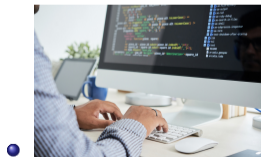
### 3- Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?



→ pour faire l'état des lieux de ce que l'on sait



→ pour analyser le problème, réfléchir



→ pour modéliser le problème, l'explorer informatiquement

## Vers l'élaboration d'un résultat

Étapes :

- faire l'état des lieux de ce que l'on sait
- analyser et explorer le problème
- formuler une conjecture
- la prouver
- la certifier

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ?

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié



## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ?

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange

	21
1	12

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ?

	21
1	12

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ?

321

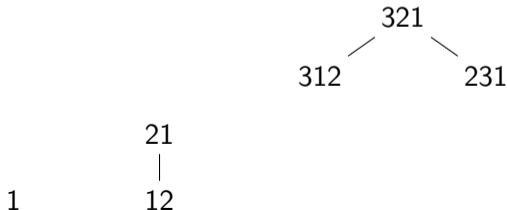
	21
1	12

## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ?

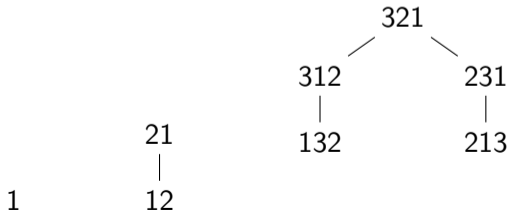


## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ?

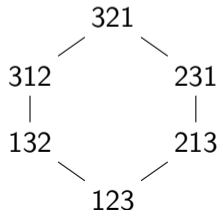


## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ?

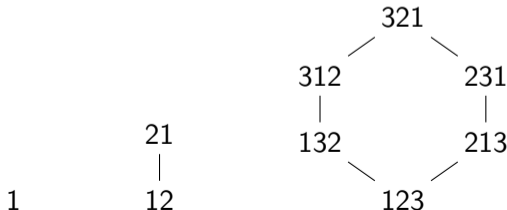


## Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

### Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Pour un tableau avec un nombre ? 0 étape, il est déjà trié
- Pour un tableau avec deux nombres ? 1 étape : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange
- Pour un tableau avec trois nombres ? 3 étapes : si les nombres ne sont pas dans le bon ordre, on les échange





# Modélisation du problème : permutations et permutoèdre

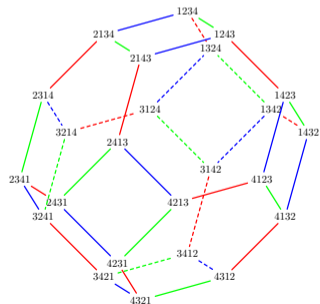
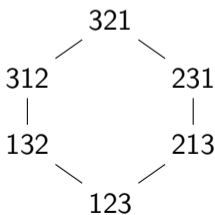
## Modélisation

On modélise les livres par des nombres : en combien d'étapes au minimum peut-on ordonner n'importe quel tableau de nombres ? Comment procéder ?

- Quel est le pire tableau de nombres à trier d'une longueur fixée ?
- En combien d'étapes peut-on le trier ?

1

21  
|  
12



## Élaborons un résultat

Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

## Élaborons un résultat

Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1$

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2$

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3$

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4$

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4 \rightarrow 6$

Comment aller plus loin ?

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4 \rightarrow 6$

Comment aller plus loin ?

→ Grâce à l'ordinateur



## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4 \rightarrow 6$
- $n = 5 \rightarrow 10$
- $n = 6 \rightarrow 15$
- $n = 7 \rightarrow 21$
- $n = 8 \rightarrow 28$

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4 \rightarrow 6$
- $n = 5 \rightarrow 10$
- $n = 6 \rightarrow 15$
- $n = 7 \rightarrow 21$
- $n = 8 \rightarrow 28$

A-t-on un résultat ?

## Élaborons un résultat

### Question :

En combien d'étapes peut-on trier le tableau  $n(n-1)\dots 1$  ?

- $n = 1 \rightarrow 0$
- $n = 2 \rightarrow 1$
- $n = 3 \rightarrow 3$
- $n = 4 \rightarrow 6$
- $n = 5 \rightarrow 10$
- $n = 6 \rightarrow 15$
- $n = 7 \rightarrow 21$
- $n = 8 \rightarrow 28$

A-t-on un résultat ?

Non ! Mais une conjecture !

# Élaborons un résultat

Pour obtenir un résultat, il faut en rédiger la preuve !

## Théorème (Friend, 1956)

*L'algorithme de tri à bulles trie un tableau en au plus  $\frac{n(n-1)}{2}$  étapes.*

## Démonstration.

- On montre que le nombre d'étapes ne dépend pas de l'ordre dans lequel on fait les étapes.
- Pour amener  $n$  au tout début, il y a au plus  $n - 1$  étapes. Par récurrence, pour trier les  $n - 1$  autres nombres, il y a au plus  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$  étapes, soit en tout :

$$n - 1 + \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} = \frac{(n - 1)}{2}(2 + n - 2)$$



## Sorting on Electronic Computer Systems\*

EDWARD HARRY FRIEND

*New York Life Insurance Co., New York, N. Y.*

### INTRODUCTION

The efficient utilization of an electronic computer system for the sorting of large amounts of data is an important step toward helping electronic equipment reduce the man hours required to process scientific investigations as well as business transactions.

Sorting is one of the basic operations which is indispensable to most business and scientific data processing procedures. Firstly, it makes possible the collation, inside a limited capacity high speed memory, of two or more input (usually magnetic tape) files with common control fields, thereby permitting the operation of one input on another in smooth fashion. All non-random file maintenance type procedures utilize this approach. Secondly, it facilitates ready reference to any single item in a large file of information. If a large file is stored on many reels of magnetic tape, the proper tape reel may be selected with an indexing system, provided the file is ordered.

Most sorting techniques utilized for the ordering of large quantities of data fall into one of two general categories, "Sorting by Merging" and "Radix Sorting". Generally, both Sorting by Merging and Radix Sorting may be accomplished in one, two, or three stages, depending on the absence or presence of three types of storage media, commonly referred to as low speed (usually magnetic tape), intermediate speed (usually magnetic drum), and high speed (usually magnetic core) memory. Since it is of major concern to sort large quantities of data, it shall be assumed that the low speed medium, usually magnetic tape is always available. At least one of the other two media will normally be available for program storage and intermemory data manipulation and transmission. Unless otherwise stated a high speed random access memory will be assumed.

It is well to emphasize in advance that most business and scientific data are

# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/trms/3602>  
Article electronically published on August 30, 2021

## OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

**ABSTRACT.** In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

### CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272  
8272

# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/trms/3602>  
Article electronically published on August 30, 2021

## OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

**ABSTRACT.** In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

### CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272  
8272

# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/tran/9602>  
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION  
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

## CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !

# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/tran/9602>  
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION  
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

## CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?



# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/tran/9602>  
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION  
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

## CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?

# Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE  
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273  
<https://doi.org/10.1090/tran/8602>  
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION  
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

## CONTENTS

1. Operads and associated constructions
  2. Posets
  3. Main theorem
  4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments  
References

8251  
8254  
8261  
8268  
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !

Ici, début en septembre 2017, soumis en nov. 2018, publié en nov. 2021



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?

## De la publication au consensus scientifique

Est-ce qu'une nouvelle publication scientifique suffit pour qu'une connaissance soit établie ?

## De la publication au consensus scientifique

Est-ce qu'une nouvelle publication scientifique suffit pour qu'une connaissance soit établie ?

### Réponse

Non ! La recherche prend du temps, la vérification aussi. Il arrive que des erratums soient publiés après publication pour la rectifier, mais tout est **vérifiable** car tout résultat se doit d'être fourni avec sa preuve.

## Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses [fake news](#) ou [infox](#).

## Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses **fake news** ou **infox**.



Avez-vous des idées d'infox sur les mathématiques, l'informatique ou les ordinateurs ?

## Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses **fake news** ou **infox**.



Avez-vous des idées d'infox sur les mathématiques, l'informatique ou les ordinateurs ?

### Exemples :

- Il n'y a plus rien à trouver en maths.
- Les ordinateurs ont une volonté propre/réfléchissent et pourront nous remplacer.

# Attention, infox !

## Exemple :

On naît génie en maths ou nul en maths et on ne peut rien y faire.





## Encore plus d'infox

### Exemple :

L'informatique a été inventée par des geeks.



# Encore plus d'infox

## Exemple :

L'informatique a été inventée par des geeks.



- Ada Lovelace (1er programme, 1843)
- Hedy Lamarr (Télécommunications, 1940)
- Grace Hopper (1er compilateur, 1950)
- Katherine Johnson et Margaret Hamilton (1er trajet sur la lune, 1969)

