



MOSAIC

Modeling Optimal Spatial Arrangements In Crops

Thématique : Combinatoire probabiliste appliquée à l'agronomie

Laboratoire d'accueil : IMAG, Université de Montpellier, Équipe "Géométrie, Topologie et Algèbre"

Co-encadrants : Bérénice Delcroix-Oger, MCF FDS-IMAG (berenice.delcroix-oger@umontpellier.fr)

Germain Montazeaud, CR INRAE (germain.montazeaud@inrae.fr)

Vincent Ranwez, Prof. Institut Agro Montpellier (vincent.ranwez@supagro.fr)

Durée du stage : 5 mois environ

Gratification : 600 € par mois

Date limite de candidature : Lundi 24 novembre 2025

Contexte et sujet du stage

La plupart des agrosystèmes modernes sont composés de communautés végétales simplifiées, se résumant à une seule espèce et une seule variété génétiquement homogène cultivée sur de très grandes surfaces. Ce type de monoculture est adapté à des pratiques agronomiques reposant sur l'utilisation de produits de synthèse et d'intervention humaine répétées pour maintenir un environnement homogène. La ré-introduction de diversité végétale dans les parcelles permet au contraire d'augmenter la résilience des systèmes cultivés face aux aléas climatiques et à la diminution des intrants chimiques [1, 9, 24, 4]. Par exemple, la pratique des mélanges variétaux qui consiste à semer plusieurs variétés de la même espèce dans une même parcelle, permet de mieux réguler les agents pathogènes par rapport à la monoculture, et donc de diminuer les apports phytosanitaires [25, 17, 12]. Cette pratique reste cependant limitée (e.g., < 20 % de la sole de blé tendre en France [8]), notamment parce que les rendements des mélanges variétaux sont très variables et qu'il n'existe pas de règle d'assemblage robuste permettant d'optimiser leur composition [3, 5, 18]. La majorité des efforts de recherche sur cette question se focalisent sur l'identification de traits et/ou de facteurs génétiques favorables permettant d'améliorer l'aptitude au mélange des variétés [22, 3]. Cependant, la dimension spatiale de l'optimisation des mélanges variétaux n'est pas du tout abordée. En effet, il est classiquement admis que les variétés sont disposées de façon aléatoire dans le champ, ce qui correspond aux pratiques et aux technologies de semis actuelles. Le développement de l'agriculture de précision et des systèmes de guidage GPS et RTK laissent cependant penser qu'il sera possible, à court terme, de maîtriser la disposition spatiale des graines au semis [20, 23]. Il semble donc prometteur d'essayer d'optimiser non seulement la composition des mélanges variétaux, mais aussi leur configuration spatiale. Les mathématiques fournissent des outils analytiques pertinent pour aborder ce problème d'optimisation spatiale. Nous étudierons dans un premier temps la question de l'optimisation spatiale à mélange fixé. Dans ce cadre, nous proposons de modéliser la parcelle comme un système de particules en interaction, inspiré de la physique statistique. Chaque particule représente une graine, d'une variété donnée, placée à une position spécifique dans la parcelle. Les positions possibles des graines forment un graphe, dont les arêtes traduisent les relations de voisinage entre emplacements. L'état du système correspond alors à une configuration donnée des variétés sur la

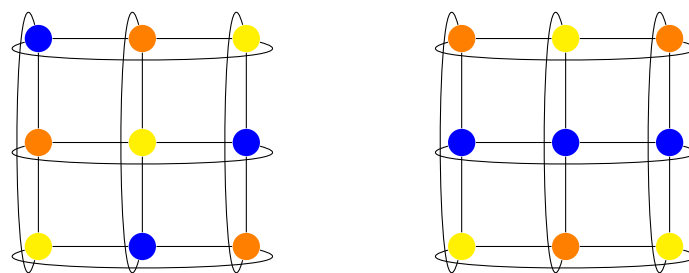


FIGURE 1 – Modélisation d’un champ planté de trois variétés équidistribuées (EL4X99 (jaune), EL4X350 (orange) et EL4X465 (bleu)). Le champ de gauche aura un rendement moindre que le champ de droite.

parcelle. Des paires de particules adjacentes peuvent être échangées aléatoirement, et un échange est accepté s’il améliore le rendement global du système. À long terme, la configuration optimale recherchée correspond à l’état stationnaire de ce processus d’échanges, c’est-à-dire à une disposition stable maximisant les interactions bénéfiques entre variétés. Ce genre de modèle, motivé par la physique statistique, est apparu dans les années 1970 en combinatoire probabiliste [19, 14]. Depuis, différentes variantes de processus d’interactions entre particules ont été étudiées, notamment en lien avec la combinatoire des polynômes de Macdonald [21, 15] : les ASEP sur un anneau [16], des ASEP en dimension supérieure avec conservation de la proportion de particules [11] ou encore avec modification de celle-ci [10], des ASEP avec différents types de particules [6, 7], des ASEP sur lesquels agissent des groupes de Coxeter [13] ou encore des ASEP sur des tores [2].

Dans le cadre de ce stage, nous souhaitons développer une approche inter-disciplinaire à l’interface entre les mathématiques et la biologie pour résoudre ce problème d’optimisation dans un espace en 2D. Nous avons à notre disposition des données biologiques nous permettant d’inférer les interactions par paires entre un grand nombre de variétés de blé. L’objectif du stage sera de prédire une disposition spatiale optimale des variétés à partir des interactions par paires en mobilisant le cadre mathématique des processus d’exclusions. Il s’agira notamment de déterminer les paramètres correspondant au problème concret et de calculer les distributions stationnaires correspondantes. En parallèle, les propriétés théoriques de ce modèle seront analysées afin d’accélérer la recherche des configurations optimales, en particulier pour identifier les situations où les interactions par paires conduisent à des solutions simples ainsi que les symétries structurelles susceptibles de réduire l’espace de recherche.

Références

- [1] Miguel A. ALTIERI. « The ecological role of biodiversity in agroecosystems ». In : *Agriculture, Ecosystems & Environment* 74.1 (1999), p. 19-31. ISSN : 0167-8809. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0167-8809\(99\)00028-6](https://doi.org/10.1016/S0167-8809(99)00028-6). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167880999000286>.
- [2] Arvind AYYER et Philippe NADEAU. « Combinatorics of a disordered two-species ASEP on a torus ». English. In : *Eur. J. Comb.* 103 (2022). Id/No 103511, p. 20. ISSN : 0195-6698. DOI : 10.1016/j.ejc.2022.103511.

- [3] Sébastien BAROT et al. « Designing mixtures of varieties for multifunctional agriculture with the help of ecology. A review ». In : *Agronomy for Sustainable Development* 37 (2 2017). DOI : <https://doi.org/10.1007/s13593-017-0418-x>.
- [4] Damien BEILLOUIN et al. « Positive but variable effects of crop diversification on biodiversity and ecosystem services ». In : *Global Change Biology* 27.19 (2021), p. 4697-4710. DOI : <https://doi.org/10.1111/gcb.15747>. eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/gcb.15747>. URL : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/gcb.15747>.
- [5] J. BORG et al. « Unfolding the potential of wheat cultivar mixtures : A meta-analysis perspective and identification of knowledge gaps ». In : *Field Crops Research* 221 (2018), p. 298-313. ISSN : 0378-4290. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.fcr.2017.09.006>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378429017309498>.
- [6] Sylvie CORTEEL, Olya MANDELSHTAM et Lauren WILLIAMS. « Cylindric rhombic tableaux and the two-species ASEP on a ring ». English. In : *Representation theory, mathematical physics, and integrable systems. In honor of Nicolai Reshetikhin*. Cham : Birkhäuser, 2021, p. 135-162. ISBN : 978-3-030-78147-7 ; 978-3-030-78150-7 ; 978-3-030-78148-4. DOI : 10.1007/978-3-030-78148-4_5.
- [7] Sylvie CORTEEL, Olya MANDELSHTAM et Lauren WILLIAMS. « From multiline queues to Macdonald polynomials via the exclusion process ». English. In : *Am. J. Math.* 144.2 (2022), p. 395-436. ISSN : 0002-9327. DOI : 10.1353/ajm.2022.0007.
- [8] Jerome ENJALBERT et al. « Mélanges variétaux et mélanges plurispécifiques – atouts et contraintes ». In : *Innovations Agronomiques* 75 (2019). Ce numéro est constitué d'articles issus du colloque “ Biodiversité et durabilité des agricultures ” qui s'est tenu à Paris le 11 avril 2019.
article issus du colloque “ Biodiversité et durabilité des agricultures ” qui s'est tenu à Paris le 11 avril 2019<https://www6.inra.fr/ciag/CIAg-Environnement/Biodiversite-et-agricultures>, p. 49-71. DOI : 10.15454/ak5jpd. URL : <https://hal.science/hal-02392165>.
- [9] Reem HAJJAR, Devra I. JARVIS et Barbara GEMMILL-HERREN. « The utility of crop genetic diversity in maintaining ecosystem services ». In : *Agriculture, Ecosystems & Environment* 123.4 (2008), p. 261-270. ISSN : 0167-8809. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.agee.2007.08.003>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167880907002010>.
- [10] Yuki ISHIGURO et Jun SATO. « Exact analysis of the two-dimensional asymmetric simple exclusion process with attachment and detachment of particles ». English. In : *J. Phys. A, Math. Theor.* 58.7 (2025). Id/No 075001, p. 22. ISSN : 1751-8113. DOI : 10.1088/1751-8121/adb085.
- [11] Yuki ISHIGURO et Jun SATO. *Exact steady states in the asymmetric simple exclusion process beyond one dimension*. Preprint, arXiv :2403.01934 [cond-mat.stat-mech] (2024). 2024. URL : <https://arxiv.org/abs/2403.01934>.
- [12] Rose KRISTOFFERSEN et al. « Control of Septoria tritici blotch by winter wheat cultivar mixtures : Meta-analysis of 19 years of cultivar trials ». In : *Field Crops Research* 249 (2020), p. 107696. ISSN : 0378-4290. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.fcr.2019.107696>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378429019309967>.
- [13] Jeffrey KUAN. « Coxeter group actions on interacting particle systems ». English. In : *Stochastic Processes Appl.* 150 (2022), p. 397-410. ISSN : 0304-4149. DOI : 10.1016/j.spa.2022.04.004.

- [14] Carolyn MACDONALD, Julian GIBBS et Allen PIPKIN. « Kinetics of biopolymerization on nucleic acid templates ». In : *Biopolymers* 6.1 (1968). DOI : <https://doi.org/10.1002/bip.1968.360060102>.
- [15] Olya MANDELSHTAM. « New formulas for Macdonald polynomials via the multispecies exclusion and zero range processes ». English. In : *Macdonald theory and beyond : combinatorics, geometry, and integrable systems. AMS special session, virtual, March 19–20, 2022*. Providence, RI : American Mathematical Society (AMS), 2025, p. 91-114. ISBN : 978-1-4704-7189-7 ; 978-1-4704-7866-7. DOI : 10.1090/conm/815/16316.
- [16] James B. MARTIN. « Stationary distributions of the multi-type ASEP ». English. In : *Electron. J. Probab.* 25 (2020). Id/No 43, p. 41. ISSN : 1083-6489. DOI : 10.1214/20-EJP421.
- [17] C. C. MUNDT. « USE OF MULTILINE CULTIVARS AND CULTIVAR MIXTURES FOR DISEASE MANAGEMENT ». In : *Annual Review of Phytopathology* 40. Volume 40, 2002 (2002), p. 381-410. ISSN : 1545-2107. DOI : <https://doi.org/10.1146/annurev.phyto.40.011402.113723>. URL : <https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev.phyto.40.011402.113723>.
- [18] Emily R. REISS et Laurie E. DRINKWATER. « Cultivar mixtures : a meta-analysis of the effect of intraspecific diversity on crop yield ». In : *Ecological Applications* 28.1 (2018), p. 62-77. DOI : <https://doi.org/10.1002/eap.1629>. eprint : <https://esajournals.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eap.1629>. URL : <https://esajournals.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eap.1629>.
- [19] Frank SPITZER. « Interaction of Markov processes ». English. In : *Adv. Math.* 5 (1970), p. 246-290. ISSN : 0001-8708. DOI : 10.1016/0001-8708(70)90034-4.
- [20] H. SUN et al. « RTK GPS mapping of transplanted row crops ». In : *Computers and Electronics in Agriculture* 71.1 (2010), p. 32-37. ISSN : 0168-1699. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compag.2009.11.006>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169909002270>.
- [21] Lauren K. WILLIAMS. « The combinatorics of hopping particles and positivity in Markov chains ». English. In : *Lond. Math. Soc., Newsl.* 2022.500 (2022), p. 50-59. ISSN : 2516-3841. URL : www.lms.ac.uk/sites/default/files/inline-files/NLMS_500_for%20web.pdf#reftaskno.16.
- [22] Samuel E. WUEST, Roland PETER et Pascal A. NIKLAUS. « Ecological and evolutionary approaches to improving crop variety mixtures ». In : *Nature Ecology & Evolution* 5 (8 2021). DOI : <https://doi.org/10.1038/s41559-021-01497-x>.
- [23] Bingxin YAN et al. « Development and evaluation of a seed position mapping system ». In : *Computers and Electronics in Agriculture* 190 (2021), p. 106446. ISSN : 0168-1699. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compag.2021.106446>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169921004634>.
- [24] Li-Na YANG et al. « Enhanced agricultural sustainability through within-species diversification ». In : *Nature Sustainability* 2 (1 2019). DOI : <https://doi.org/10.1038/s41893-018-0201-2>.
- [25] Youyong ZHU et al. « Genetic diversity and disease control in rice ». In : *Nature* 406 (6797 2000). DOI : <https://doi.org/10.1038/35021046>.