



MOSAIC Modeling Optimal Spatial Arrangements In Crops

Résumé court du projet

L'agriculture moderne a privilégié les cultures d'une seule variété sur de grands espaces du fait de leur simplicité de mise en place et de leur plus grand rendement. Ces cultures ont cependant montré leurs limites (appauvrissement des sols, vulnérabilité face aux maladies et aux aléas climatiques). La pratique de mélanges variétaux permet de limiter les apports phytosanitaires et d'améliorer la résilience des cultures mais se heurte à un problème de taille : comment choisir les variétés et leur disposition spatiale sur la parcelle de manière à optimiser les rendements ? Nous proposons de répondre à ces questions par l'utilisation de modèles combinatoires et d'études de colorations périodiques de graphes.

Le projet en 2027 sera constitué de deux stages de M2 et une **thèse financée débutant en septembre 2027**.

STAGE 1 :

Thématique : Combinatoire et algorithmique appliquée à l'agronomie

Mots clés : combinatoire, coloration de graphes, polynômes de Tutte, pavages.

Laboratoire d'accueil : IMAG, Université de Montpellier, Équipe "Géométrie, Topologie et Algèbre"

Co-encadrants : Bérénice Delcroix-Oger, MCF HC HDR(berenice.delcroix-oger@umontpellier.fr)

Daniel Gonçalves, CR HDR CNRS-LIRMM (daniel.goncalves@lirimm.fr)

Durée du stage : à partir de février, jusqu'à 6 mois (possibilité de stage plus court/début plus tardif)

Gratification : 600€ par mois

Date limite de candidature : Vendredi 30 octobre 2026

STAGE 2 :

Thématique : Programmation/modélisation appliquée à l'agronomie

Mots clés : programmation, graphes

Laboratoires d'accueil : IMAG et AGAP Institut, Équipe "GE2Pop"

Co-encadrants : Germain Montazeaud, CR INRAE (germain.montazeaud@inrae.fr)
Vincent Ranwez, Prof. Institut Agro Montpellier (vincent.ranwez@supagro.fr)

Durée du stage : à partir de février, jusqu'à 6 mois (possibilité de stage plus court/début plus tardif)

Gratification : 600€ par mois

Date limite de candidature : Vendredi 30 octobre 2026

Contexte et sujet de stage

L'agriculture moderne repose en grande partie sur de la monoculture (une seule variété d'une seule espèce) cultivée sur de très grandes surfaces. Ce type de culture est adapté à des pratiques

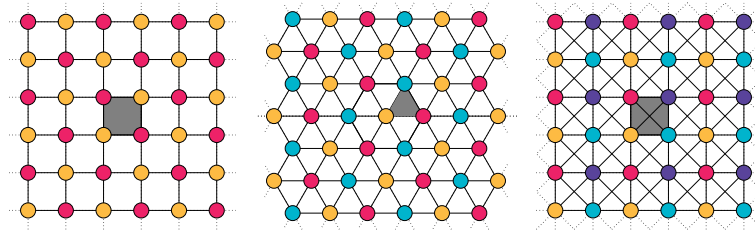


FIGURE 1 – Modélisation de trois types d'implantation de graines dans le champ et cellule élémentaire (grisée)

agronomiques reposant sur l'utilisation de produits de synthèse et d'intervention humaine répétées pour maintenir un environnement homogène. La ré-introduction de diversité végétale dans les parcelles permet au contraire d'augmenter la résilience des systèmes cultivés face aux aléas climatiques et à la diminution des intrants chimiques. Cette pratique reste cependant limitée, notamment parce que les rendements des mélanges variétaux sont très variables et qu'il n'existe pas encore de règle d'assemblage robuste permettant d'optimiser leur composition. La dimension spatiale de l'optimisation des mélanges variétaux n'est jamais abordé dans les efforts de recherche, celle-ci étant classiquement considérée comme aléatoire, ce qui correspond aux pratiques et aux technologies de semis actuelles. Le développement de l'agriculture de précision et des systèmes de guidage laissent cependant penser qu'il sera possible, à court terme, de maîtriser la disposition spatiale des graines au semis. Il semble donc prometteur d'essayer d'optimiser non seulement la composition des mélanges variétaux, mais aussi leur configuration spatiale. Le but de ce projet est de proposer une disposition spatiale dans un champ maximisant le rendement, avec des contraintes de mélanges variétaux.

Une approche algorithmique a déjà été essayée mais a été infructueuse du fait de la complexité du système étudié : il apparaît désormais nécessaire d'y adjoindre des outils de mathématiques discrètes pour réduire l'espace des combinaisons à explorer.

Nous modélisons le problème par une coloration c des sommets sur trois types de graphes, que nous appelons 4, 6 ou 8-voisinage (voir Figure 1), suivant le type de plantation et les interactions entre voisins considérés. Les sommets sont les emplacements de plantation et leur couleur correspond à la variété plantée. Chaque plant v , de variété $c(v)$, possède un rendement $R(v)$. Le rendement total d'une parcelle G plantée selon c est donné par :

$$R(G, c) = \sum_{v \in V(G)} R(c(v)) + \sum_{e \in E(G), e=\{a,b\}} I(c(a), c(b)) \quad (1)$$

où $I(c(a), c(b))$ est un coefficient d'interaction entre deux variétés voisines. Un premier stage de M2 a posé les fondements théoriques et montré que des solutions périodiques pouvaient être intéressantes.

Il s'agira maintenant de s'appuyer sur ces résultats pour proposer différentes optimisations spatiales adaptées aux indicateurs de diversité, comme l'entropie de Shannon ou la variante de diversité allélique. Nous pourrons ensuite relâcher les hypothèses du problème pour prendre en compte des éléments comme par exemple l'interaction à plus longue distance entre plants ou encore l'écart au rendement sans contraintes.

Ce projet s'articule autour des méthodes algébriques pour l'étude de graphes, avec une possibilité d'extension à la physique. En effet, ce problème est une variante du modèle de Potts en physique statistique avec un paradigme légèrement différent : là où le modèle de Potts étudie une évolution spontanée des particules, nous aimerions imposer une fréquence d'apparition locale de chacune d'entre elles. Les polynômes de Tutte multivariés ont été utilisés dans le cas classique pour calculer la fonction de partitions du problème [3]. Ces polynômes de Tutte sont fortement reliés à

une approche algébrique [1]. L'apport des mathématiques sera de tirer partie des symétries du problème pour se ramener à des motifs élémentaires sur lesquels une approche informatique est envisageable. Par ailleurs, ce problème est aussi une variante d'un problème de coloration de graphes. Dans cette modélisation, la diversité est assurée par le fait que deux plants d'une même variété (c.à.d. deux sommets ayant la même couleur dans le graphe) ne peuvent être adjacents. Dans une variante du problème de coloration de graphes, la proportion de chaque couleur doit être la même [2]. Ceci permet d'assurer une diversité de plants à plus grande l'échelle. Malgré la littérature abondante sur cette variante, le cas où les proportions de chaque couleur sont fixées, mais pas toutes identiques, semble encore non-traitée. Il existe également des variantes du problème de coloration de graphes où les interactions à distance supérieure à un sont prises en compte, par exemple dans la coloration dite " $L(p, 1)$ -labelling" [4]. Une telle approche pourrait permettre d'assurer la variété des plants à une échelle intermédiaire.

Ce projet apportera une preuve de concept pour le développement de nouveaux outils agricoles permettant une maîtrise fine de la disposition spatiale des semis. Germain Montazeaud (CR INRAE) et Vincent Ranwez (Prof. Institut Agro Montpellier) mènent actuellement des travaux pour déterminer la matrice des interactions I , et attendent de ce projet des propositions de dispositions spatiales optimales. Celles-ci donneront ensuite lieu à des expérimentations, d'abord en bac, puis en plein champ. Les résultats de ces expérimentations viendront à leur tour nourrir la modélisation du problème.

Références

- [1] C. DUPONT, A. FINK et L. MOCI. « Universal Tutte characters via combinatorial coalgebras ». English. In : *Algebr. Comb.* 1.5 (2018), p. 603-651. ISSN : 2589-5486. DOI : 10.5802/alco.35.
- [2] H. A. KIERSTEAD, A. KOSTOCHKA et Z. XIANG. « Results and Problems on Equitable Coloring of Graphs ». In : *Sum(m)it280 : Surveys in Extrem. Comb. and Comb. Geometry.* 2026, p. 231-260.
- [3] A. SOKAL. « The multivariate Tutte polynomial (alias Potts model) for graphs and matroids ». In : *Surveys in combinatorics 2005.* 2005, p. 173-226. ISBN : 0-521-61523-2.
- [4] Roger K. YEH. « A survey on labeling graphs with a condition at distance two ». In : *Discrete Mathematics* 306.12 (2006), p. 1217-1231. ISSN : 0012-365X.